

# 量子 Hopfield 神经网络及图像识别

周日贵 姜楠 丁秋林

(南京航空航天大学计算机科学与技术系, 南京 210016)

**摘要** 传统的 Hopfield 网络的存储容量是神经元个数的 0.14 倍 ( $P = 0.14V$ )。由于它在识别大量的图像或模式时遇到了巨大的困难, 所以研究人员一直在寻找新的方法。由量子计算和神经网络结合而产生的量子神经网络是新兴和前沿的学科之一。为了提高图像识别的速度和增加图像识别量, 在分析了量子线性叠加特性的基础上, 提出了一种用于存储矩阵元素的基于概率分布的量子 Hopfield 神经网络, 它在存储容量或记忆容量上提高到了神经元个数的  $2^N$  倍, 比传统的 Hopfield 神经网络有了指数级的提高。通过图像识别的实例分析和仿真试验的结果表明, 该量子 Hopfield 神经网络能有效地识别图像或模式, 并且工作过程符合量子演化过程。

**关键词** 量子 Hopfield 网络 概率分布 图像识别

中图分类号: TP391.41 TP183 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)01-0119-05

## Quantum Hopfield Neural Network and Image Recognition

ZHOU Rigui, JIANG Nan, DING Qiulin

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** The storage capacity of the conventional Hopfield network is the 0.14 times of the number of neurons ( $P = 0.14V$ ). Because of the huge difficulty in recognizing a large number of images or patterns, researchers are looking for new methods at all times. Quantum neural network (QNN) is a young and outlying science built upon the combination of classical neural network and quantum computing. A Quantum Hopfield neural network (QHNN) whose elements of the storage matrix are distributed in a probability way on the base of quantum linear superposition is presented for speeding up the images recognition and increasing the number of the images recognition. Contrasting to the conventional Hopfield neural network, the storage capacity of the QHNN is increased by a factor of  $2^N$ , where  $N$  is the number of neurons. Besides, the case analysis and simulation tests have been carried out for the recognition of images in this paper. The result indicates that QHNN can recognize the images or patterns effectively and its working process accords with quantum evolution process.

**Keywords** quantum Hopfield neural network (QHNN), probability distribution, image recognition

## 1 引言

量子神经网络在全世界的发展才刚刚起步, 目前还处于研究者个体探索的阶段。1995年, Kak 首次提出了量子神经计算 (quantum neural computation) 的概念, 明确提出将神经计算与量子计算结合起来形成新的计算范式<sup>[1]</sup>。1996年, Penus 提出了量子并行性和神经网络有非常有趣的相似性<sup>[2]</sup>。1998年, Menneer 在他的博士论文中从多宇宙的观点第 1 次比较深入、全面地探讨了量子人工神经网络<sup>[3]</sup>, 同时也相继出现了多种量子神经计算模型, 其中包括 1995 年 Menneer 和他的导师 Narayanan 提出的量子衍生神经网络 (quantum inspired neural nets) 模型<sup>[4]</sup> 和 2000 年 Ventura 等人提出的基于 Grover 量子搜索算法的量子联想记忆 (quantum associative memory) 模型<sup>[5]</sup> 以及 Li Weigang 提出的纠缠神经网络 (entangled neural networks) 模型<sup>[6-8]</sup>, 2005 年, Kouda 等人利用量子相位提出了量子比特神经网络<sup>[9-12]</sup>。而这些量子神经网络都是利用了量子的某个特性。2004 年, Loo 和 Penus 等人利用量子相位产生量子全息来实现类

络<sup>[3]</sup>, 同时也相继出现了多种量子神经计算模型, 其中包括 1995 年 Menneer 和他的导师 Narayanan 提出的量子衍生神经网络 (quantum inspired neural nets) 模型<sup>[4]</sup> 和 2000 年 Ventura 等人提出的基于 Grover 量子搜索算法的量子联想记忆 (quantum associative memory) 模型<sup>[5]</sup> 以及 Li Weigang 提出的纠缠神经网络 (entangled neural networks) 模型<sup>[6-8]</sup>, 2005 年, Kouda 等人利用量子相位提出了量子比特神经网络<sup>[9-12]</sup>。而这些量子神经网络都是利用了量子的某个特性。2004 年, Loo 和 Penus 等人利用量子相位产生量子全息来实现类

基金项目: 国防重大基础预研项目 (S0500A001); 国家“863”重大项目 (2002AA411030)

收稿日期: 2006-07-09 改回日期: 2006-08-30

第一作者简介: 周日贵 (1973~), 男, 博士研究生。主要研究方向为量子人工神经网络和量子信息处理。E-mail: rigui Zhou@nuaa.edu.cn

量子联想记忆,用于进行图像与目标的识别<sup>[13]</sup>,对本文有一定的启示作用。本文充分利用量子线性叠加原理,提出了一个基于概率分布的量子 Hopfield 神经网络 (quantum Hopfield neural network, QHNN) 方法,虽然本文没有证明该方法比 Loo 和 Penus 等人提出的方法要好,但从论文给出的处理结果来看,本文提出的量子 Hopfield 神经网络在存储容量上有指数级的提高 ( $2^N$ ),而 Loo 和 Penus 等人的网络记忆容量不会有指数级的提高,因为文献 [13] 的量子联想记忆是利用  $P = 0.14N$ ,靠  $N$  取大值来增加储存容量或记忆容量的。

量子神经网络是否优于经典神经网络一直是一个有争议的问题,但有些研究表明,量子神经网络至少与经典神经网络具有相同的计算能力<sup>[14]</sup>。也有一些研究结果表明,量子神经网络在很多方面优于经典神经网络<sup>[4]</sup>。本文提出的量子 Hopfield 神经网络比传统的 Hopfield 要优越得多,表现在它能识别的图像或模式的容量有指数级的提高。

## 2 基本量子理论

### 2.1 量子态线性叠加原理

设量子系统处于波函数  $\varphi_1$  或  $|\varphi_1\rangle$  描述的态下,测量力学量算符  $A$  所得到的结果是一个确切值  $a_1$  ( $\varphi_1$  称为  $A$  的本征态,  $A$  的本征值为  $a_1$ ),又假设在  $\varphi_2$  或  $|\varphi_2\rangle$  下,测量  $A$  得到的结果是另一个确切值  $a_2$  ( $\varphi_2$  也是  $A$  的一个本征态,其本征值为  $a_2$ )。以此类推,则一个量子系统就可以由 Hilbert 空间中一组  $|\varphi_i\rangle$  基态来表示:  $|\varphi\rangle = \sum_i c_i |\varphi_i\rangle$ 。  $c_i$  称为概率幅,并且它需满足归一化条件  $\sum_i |c_i|^2 = 1$ 。这样从某种意义上讲,该量子态同时存在于所有基态之中。这里使用狄喇克符号来表示状态,其中刃矢  $|\cdot\rangle$  简称刃,相当于列向量;刁矢  $\langle\cdot|$ ,简称刁,相当于  $|\cdot\rangle$  的复共轭转置向量。

### 2.2 量子测量

量子测量即为量子坍缩,当量子系统在测量时,量子系统的波函数将以一定的概率坍缩到它的一个基态中,即  $|\varphi\rangle$  以  $|c_i|^2$  的概率坍缩到  $|\varphi_i\rangle$  上。测量后量子系统处于什么状态,量子力学只能给予概率性的描述。对于量子态坍缩的机制,目前仍然是一个有待研究的课题。

量子寄存器态的测量可以通过测量寄存器中的

各个量子位的态来完成,每个量子位的态的测量都是对各自的基本态进行的。所以,在测量量子寄存器的态时,其叠加态将坍缩。 $n$  个量子位量子寄存器虽然可以存储  $2^n$  个  $n$  量子位数,但在测量 (即读出) 时,只能测得某一个  $n$  量子位数。量子力学中的测量过程是通过测量仪器和被测系统的纠缠实现的。当用仪器去测量一个量子力学系统的力学变量  $M$  时,一个明显的事实是,必须使测量仪器和被测系统发生某种相互作用,才能共同构成一个大的复合系统。这个复合系统经过一段时间演化,在仪器的可区分状态和被测系统  $M$  的本征态之间建立纠缠,从而当从仪器上读出某一仪器态时,也在被测系统中制备出  $M$  的一个本征态,这个态的本征值就是测量值。由于测量过程中使被测系统和测量仪器纠缠,且这种纠缠破坏了被测系统作为  $M$  的本征态的相干叠加性,从而使被测系统由  $M$  本征态的相干叠加纯态演变成  $M$  本征态的混合,而测量结果则相当于从这个混合态中以一定概率取出一个。

## 3 QHNN 的模型和工作原理

### 3.1 QHNN 的模型

本文仿照经典的 Hopfield 神经网络画了一个 QHNN 的概念模型 (图 1),其目的是为了对 QHNN 的工作过程有一个好的理解,从图中可以看到网络有  $N$  个神经元,而且所有的模式或图像都是存储在网络的权值  $w_{ij}$  里的,所以确定网络的权值是本文的主要工作。由于 QHNN 网络也是没有自反馈的,即  $w_{ii} = w_{jj} = 0$  毫无疑问  $w_{ij} = w_{ji}$ ,所以权值矩阵  $W$  是一个对称矩阵,且主对角线上的元素为 0。

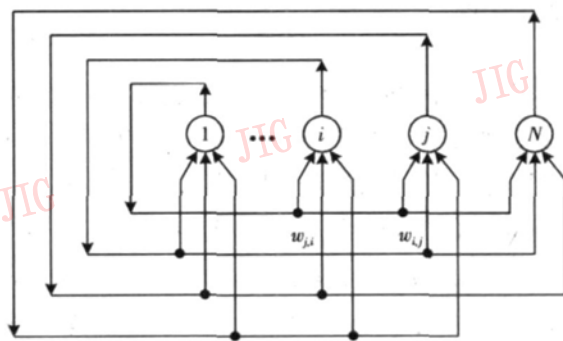


图 1 QHNN 的概念模型

Fig 1 The concept model of QHNN

### 3.2 QHNN 的工作原理

根据量子力学的第 3 公设——测量公设<sup>[15]</sup>和线

性叠加原理, 在对归一化波函数  $\phi(x)$  进行力学量算符  $A$  的测量时, 总是将  $\phi(x)$  按  $A$  所对应的正交归一本征函数族  $\varphi_i(x)$ ,  $\forall x$  展开: 即  $\phi(x) = \sum_i c_i \varphi_i(x)$ , 或  $\hat{A}\phi(x) = \sum_i a_i \varphi_i(x)$ , 本征函数  $\varphi_i(x)$  也是满足 Schrödinger 方程  $\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = H \varphi$  的, 其中,  $H$  是量子力学中的 Hamilton 量,  $i$  是虚数单位,  $\hbar$  是普朗克常数。如果经过多次测量, 那么一个量子力学量的平均值就为

$$\bar{A}_\varphi = \sum_i |c_i|^2 a_i \quad (1)$$

其中,  $\bar{A}_\varphi$  是与  $A$  对应的一个量子力学量的测量。对量子 Hopfield 网络而言, Penus 等人认为, Feynman 路径积分与类量子 Hopfield 网络工作原理具有相似性<sup>[16]</sup>, 即

$$\Psi_m^{\text{output}} = \sum_{n=1}^N J_{m,n} \Psi_n^{\text{input}}$$

其中,  $J_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_{\text{pattern}}} \varphi_m^{(k)} (\varphi_n^{(k)})^*$ , ( $*$  表示复共轭,  $N_{\text{pattern}}$  表示网络存储的模式数,  $J_{m,n}$  是网络的存储矩阵,  $m, n$  表示矩阵的行和列)。相当于传统的 Hopfield 网络的权值矩阵, 即 Lyapunov 函数, 或二次性能函数。基于类似的思想, 本文对量子 Hopfield 网络的网络权值采用量子思维来处理。根据式 (1) 和量子线性叠加原理, QHNN 的权值可以写为

$$\mathbf{W} = \frac{1}{N_{\text{pattern}}} \sum_i | \varphi_i \rangle \langle \varphi_i | = \sum_i p_i \mathbf{W}_i \quad (2)$$

$p_i$  是  $\mathbf{W}$  坍塌到  $\mathbf{W}_i$  的概率 (满足归一化条件  $\sum_i p_i = 1$ ), 它相当于式 (1) 中的  $|c_i|^2$ ;  $N_{\text{pattern}}$  是 QHNN 中存储的图像或模式总数, 也是能够识别的图像或模式总数;  $| \varphi_i \rangle (\mathbf{W}_i)$  是存储的单个图像或模式,  $\langle \varphi_i |$  是  $| \varphi_i \rangle$  的复共轭。如果用矩阵语言来说明的话,  $\mathbf{W}$  是矩阵,  $\mathbf{W}_i$  是矩阵的一个行或列向量,  $w_{i,j}$  是矩阵的一个元素值。当给网络输入一个外界待识别的图像时, 网络经过量子测量就可以以一定的概率坍塌到它的一个存储图像或模式中, 这样即实现了图像识别的功能。

### 3.3 QHNN 权值的确定算法

根据量子线性叠加原理和由量子状态或向量构成的矩阵, 通过量子么正演化来确定权值的量子学习算法如下:

(1) 根据提供的图像或模式进行网络学习来计算权值矩阵  $\mathbf{W}$ 。为了满足么正性, 要求提供的图像

或模式向量是正交向量, 由于一般情况下它们不是正交的, 所以必需变换成正交向量, 其可以采用 Gram-Schmidt 正交化方法<sup>[17]</sup>进行变换。

(2) 先把第 (1) 步计算得到的矩阵  $\mathbf{W}$  的元素  $w_{i,j}$  看成是一种随机变量或随机数值, 再根据  $w_{i,j}$  的数值大小在一个坐标轴上划分成若干等份,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  划分的原则是使得每个矩阵元素值 (可能有相同的元素值) 要属于不同的等分区间内, 理论上说, 区间越小, 分类越精确。设矩阵元素  $w_{i,j}$  属于  $x_k$  的概率为  $\rho_{i,j}$ , 那么属于  $x_{k+1}$  的概率为  $1 - \rho_{i,j}$ 。其中  $\rho_{i,j} = (x_{k+1} - w_{i,j}) / (x_{k+1} - x_k)$ 。

(3) 根据需要处理的  $w_{i,j}$  的元素的个数, 即为神经元的个数  $N$  和  $w_{i,j}$  取值为  $x_k$  (概率为  $\rho_{i,j}$ ) 或取值为  $x_{k+1}$  (概率为  $1 - \rho_{i,j}$ ) 的任意排列, 因为每个  $w_{i,j}$  只有两个不同的取值, 所以就可以构成  $2^N$  个不同的  $\mathbf{W}_k$ ,  $\mathbf{W}_k$  即为存储在 QHNN 中的图像或模式, 网络训练后输入的待识别图像就是经测量坍塌到不同的  $\mathbf{W}_k$ , 从而达到了图像识别的目的。从这里可以看出, 有  $N$  个神经元构成的 QHNN 可以识别  $2^N$  个图像。识别容量, 即存储容量比传统的 Hopfield 网络有了指数级的提高。

(4) 那么输入图像被识别为  $\mathbf{W}_k$  的概率  $p_k$  怎样由  $\rho_{i,j}$  计算而来呢? 根据矩阵的性质, 可由概率  $\rho_{i,j}$  来构成概率矩阵, 其矩阵的范数  $\left| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N | \rho_{i,j} | \right|$  除以矩阵的非对角元素的总数  $(N(N-1))$  乘以  $2^{N-1}$  等于 1, 即由于  $\frac{1}{N(N-1)2^{N-1}} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N | \rho_{i,j} | = 1$  所以  $p_k = \sum_{i,j=1}^N | \rho_{i,j} | / (N(N-1)2^{N-1})$ 。

由此可以看出, 这种算法是从量子特性中演化而来的, 即不但满足量子特性, 并且非常具有新颖性。

## 4 QHNN 的应用实例

QHNN 的工作原理和算法描述比较抽象, 为了便于理解, 现举个简单的例子来说明它的工作过程。

设表示图像的向量集有 3 个正交向量 ( $N=3$ ) (如果正交向量多, 工作过程也是一样的, 只不过是权值矩阵的维数增加, 那么只能用计算机编程来处理):  $\mathbf{v}_1 = [1, 1, 1]^T$ ,  $\mathbf{v}_2 = [2/3, -1/3, -1/3]^T$ ,  $\mathbf{v}_3 = [0, 1/2, -1/2]^T$ 。由式 (2) 可知, 权值矩阵可表示为

$$\begin{aligned}
 W &= 1/3(v_1 v_1^T + v_2 v_2^T + v_3 v_3^T) \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 481.5 & 0 & 259.3 & 0 & 259.3 \\ 0 & 259.3 & 0 & 453.7 & 0 & 287.0 \\ 0 & 259.3 & 0 & 287.0 & 0 & 453.7 \end{pmatrix} \\
 &= p_1 W_1 + p_2 W_2 + p_3 W_3 + p_4 W_4 + \\
 &\quad p_5 W_5 + p_6 W_6 + p_7 W_7 + p_8 W_8
 \end{aligned}$$

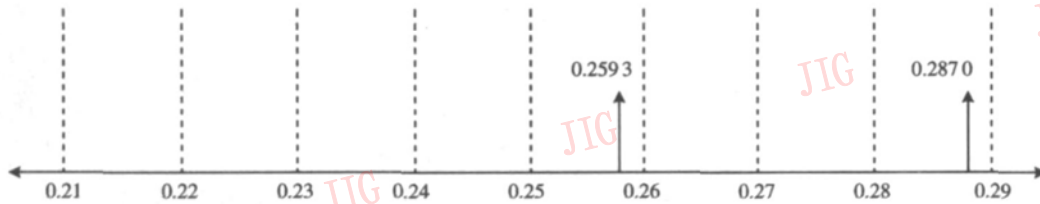


图 2 矩阵元素在坐标轴上的概率分布示意图

Fig 2 Probability distribution of the matrix element

尽管其中第 1、第 2 个元素值相同, 但仍然可把它看成是两个元素, 由图 2 可见, 0.2593 取值为 0.25 的概率为  $(0.26 - 0.2593) / (0.26 - 0.25) = 7\%$ , 0.2593 取值为 0.26 的概率为  $1 - 7\% = 93\%$ 。同理, 0.2870 取值为 0.28 的概率为  $3\%$ , 取值为 0.29 的概率为  $97\%$ 。W 在分解成为  $W_1, \dots, W_8$  时, 这 3 个元素每个都有两个取值, 它们取所有值的排列总共有  $2^3 = 8 = 2^N$  种, 每种取值就是一个  $W_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ )。这样 W 可以分解为

$$\begin{aligned}
 W &= p_1 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 25(7\%) & 0 & 25(7\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 0000 & 0 & 28(3\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 28(3\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_2 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 25(7\%) & 0 & 25(7\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 0000 & 0 & 29(97\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 29(97\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_3 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 25(7\%) & 0 & 26(93\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 0000 & 0 & 28(3\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 28(3\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_4 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 25(7\%) & 0 & 26(93\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 0000 & 0 & 29(97\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 29(97\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_5 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 26(93\%) & 0 & 25(7\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 0000 & 0 & 28(3\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 28(3\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_6 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 26(93\%) & 0 & 25(7\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 0000 & 0 & 26(97\%) \\ 0 & 25(7\%) & 0 & 29(97\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} + \\
 &\quad p_7 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 26(93\%) & 0 & 26(93\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 0000 & 0 & 28(3\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 28(3\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix} +
 \end{aligned}$$

由于可把矩阵 W 中的元素看成是随机变量, 并且由于 QHNN 网络无自反馈, 所以人们对 W 中对角线上的数值并不关心, 而且由于 W 又是对称矩阵, 因此其实只有 3 个元素 ( $N = 3$ ): 0.2593, 0.2593 和 0.2870 (本例有两个元素是相同的) 需要在坐标轴上来确定它们的位置。每个元素在坐标轴中的位置如图 2 所示。

$$p_8 \begin{pmatrix} 0 & 0000 & 0 & 26(93\%) & 0 & 26(93\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 0000 & 0 & 29(97\%) \\ 0 & 26(93\%) & 0 & 29(97\%) & 0 & 0000 \end{pmatrix}$$

$W_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) 中对角线的元素都取为 0 因为 QHNN 网络是无自反馈的。W 也是网络能存储的所有图像或模式, 其容量为  $2^N$ 。当外界输入的待识别图像或模式经过网络运行和网络的量子测量都将坍塌到其中一个  $W_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) 中时, 即实现了图像或模式的识别。下面来计算取每个  $W_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) 的概率  $p_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ )。

$p_1 = (7\% + 7\% + 3\% + 7\% + 7\% + 3\%) / (3(3-1)2^{3-1}) = 1.42\%$ 。同理,  $p_2 = 9.25\%$ ,  $p_3 = 8.58\%$ ,  $p_4 = 16.42\%$ ,  $p_5 = 8.58\%$ ,  $p_6 = 16.42\%$ ,  $p_7 = 15.75\%$ ,  $p_8 = 23.58\%$ 。可以验证  $\sum_{i=1}^8 p_i = 101.42\% \approx 1$  (因为四舍五入的关系而出现了一点偏差)。

当外界输入一个图像时, 系统经过演化和量子测量 (多次测量取平均值) 就能够识别这个图像, 识别时, 也是通过比较输入图像和网络存储的图像的相似性来进行识别, 并且当输入一个新的图像或模式时, 它不会发生灾变性的失忆, 因为这就像一个力学量经过一次测量得到一个本征值, 并不影响另一次测量得到的另一个本征值一样。

### 5 QHNN 的仿真

有 0, 1, 2, ..., 9 等 10 个数的图像 (如图 3 所示), 其可用  $5 \times 5$  的像素点来表示, 这样就把图像转化为向量的维数就是 25 维, 如果把它们转变为正

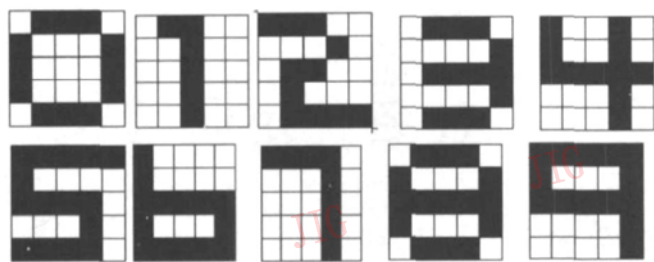
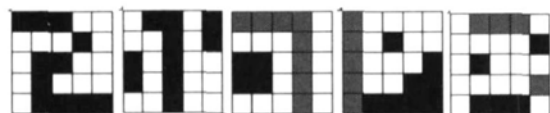


图 3 数字图像

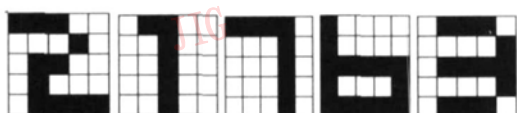
Fig 3 Numbers image

交向量就可以按本文提出的方法存储在网络中。 $W$  就是  $25 \times 25$  大小的矩阵。

仿真表明, 当将如下图像 (图 4(a)) 作为输入时就可以得到相应的正确识别的图像 (见 (图 4(b)))。



(a) 输入图像



(b) 网络识别结果

图 4 图像识别

Fig 4 Image recognition

从图 4 可以看出, 网络不仅可以识别出存储在网络中的图像, 还可以通过比较图像的相似性识别具有一定噪声的图像, 网络的运行得到了验证。

## 6 结论和展望

传统的 Hopfield 网络能存储的图像或模式数一般为  $P = 0.14N$ ,  $N$  为神经元的个数,  $P$  为存储的模式数, 由于 Hopfield 网络在识别大量的图像或模式时, 遇到了巨大的困难, 所以研究人员一直在寻找新的方法。而本文提出的量子 Hopfield 神经网络识别的图像或模式数能达到神经元的  $2^N$  倍, 可见存储容量或记忆容量有了指数级的提高。QHNN 是利用量子的线性叠加性, 采用存储矩阵  $W$  中元素的概率分布来构造存储图像的线性叠加, 当输入一个图像时, 由于网络经过比较将以较高的概率落在矩阵  $W$  的一个线性分量上, 从而达到了识别图像的目的。但随着存储图像容量的增加, 网络识别图像的概率会

越来越低, 因为总的概率为 1, 若图像越多, 必然分散得更开, 则概率越低, 如何解决这个问题将是今后的一个研究方向。此外, 本文在做仿真实验时, 没有考虑实验的时间因素, 如何在保证存储容量的前提下, 提高识别效率也是今后的一个重要研究方向, 另外, 今后也要考虑融合更多的量子特性来提高网络的功能和识别图像的精度。

## 参考文献 (References)

- 1 Kak S C. On quantum neural computing [J]. *Information Sciences* 1995, **83**(3&4): 143~160
- 2 Penus M. Neuro-quantum parallelism in brain mind and computer [J]. *Informatica* 1996, **20**(3): 173~183
- 3 Menneer T. Quantum Artificial Neural Networks [D]. Ph. D. Thesis of The University of Exeter, Exeter, Devon, UK, 1998
- 4 Menneer T, Narayanan A. Quantum-inspired neural networks [R]. Technique Report R329, University of Exeter, Exeter, Devon, UK, 1995
- 5 Ventura D, Martinez T R. Quantum associative memory [J]. *Information Sciences* 2000, **124**(1~4): 273~296
- 6 Li Weirgang. Entangled Neural Networks [EB/OL]. <http://www.cic.unh.br/~weirgang/qc/enn2000.pdf>
- 7 Li Weirgang. Quantum Neural Computing Study [EB/OL]. <http://www.cic.unh.br/~weirgang/qc/enn2001.pdf>
- 8 Fariel Shafee. Entangled Quantum Networks Technical Report [EB/OL]. <http://arxiv.org/ftp/quant-ph/papers/0203/0203010.pdf> 2002
- 9 Kouda N, Matsui N, Nishimura H, et al. Qubit neural network and its efficiency [A]. In: Jain L C, ed. *Proceedings of Knowledge-based Intelligent Information Engineering Systems (KES2003)*, Lecture Notes in Artificial Intelligence [C], Berlin: Springer-Verlag 2003, **2774**: 304~310
- 10 Kouda N, Matsui N, Nishimura H, et al. Qubit neural network and its learning efficiency [J]. *Neural Computing and Applications* 2005, **14**(2): 114~121.
- 11 Kouda N, Matsui N, Nishimura H, et al. An examination of qubit neural network in controlling an inverted pendulum [J]. *Neural Processing Letters* 2005, **22**(3): 277~290
- 12 Kouda N, Matsui N, Nishimura H. Image compression by layered quantum neural networks [J]. *Neural Processing Letters* 2002, **16**(1): 67~80
- 13 Loo Chu Kiong, Penus Mitja, Bischof Horst. Associative memory based image and object recognition by quantum holography [J]. *Open System & Information Dynamic* 2004, **11**(5): 277~289
- 14 Gupta S, Zia R K P. Quantum neural networks [DB/OL]. [arxiv.org/abs/quant-ph/0201144v1](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0201144v1), 30 Jan 2002
- 15 Zhang Yong-de. *Quantum Mechanics* [M]. Beijing: Science Press 2002 [张永德. 量子力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2002]
- 16 Penus Mitja, Bischof Horst, Hadzibeganovic Tarik. A natural quantum neural-like network [J]. *NeuroQuantology* 2005, **3**: 151~163
- 17 Hagan M T, Demuth H B, Dai Kui. *Neural Network Design* [M]. Beijing: Machine Press 2005 [ [美]哈根 (Hagan M T) 等著, 戴葵等译. 神经网络设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005 ]